**Программа утверждена на заседании кафедры вычислительной механики**

**Протокол № \_ от \_ мая 2024 г.**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

1. Код и наименование дисциплины (модуля): Численные методы решения уравнений в частных производных на Python.

2. Уровень высшего образования – подготовка научно-педагогических кадров в специалитете.

3. Направление подготовки: 01.06.01 Математика и механика. Направленность программы: Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ (научная специальность 01.02.02).

4. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП: факультатив по выбору студента, не обязателен для освоения и предназначен для углубленного изучения.

5. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

| **Формируемые компетенции**  ***(код компетенции)*** | **Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)** |
| --- | --- |
| *УК-1* | У1 (УК-1) УМЕТЬ: анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов  У2 (УК-1) УМЕТЬ: при решении исследовательских и практических задач генерировать новые идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений  В1 (УК-1) ВЛАДЕТЬ: навыками анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях |
| *ОПК-1* | З1 (ОПК-1) ЗНАТЬ: основные понятия, результаты и задачи фундаментальной математики и механики. |
| *ПК-1*  *ПК-10* | В1 (ПК-1) Владеть средствами языка программирования python и вспомогательными инструментами эффективных математических вычислений и распараллеливания.  В2 (ПК-1) ВЛАДЕТЬ: методами математического моделирования.  З1 (ПК-10) Знать основные и специальные разделы численных методов решения уравнений в частных производных, возникающих при решении задач механики сплошной среды.  У1 (ПК-10) Уметь выбирать подходящие модели для решения поставленных задач механики сплошной среды и решать поставленные задачи при помощи современных программных средств |

6. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

Объем дисциплины (модуля) составляет 2 зачетных единицы, всего 72 часа, из которых 34 часа составляет контактная работа учащегося с преподавателем (16 часов занятий лекционного типа, 18 часов занятий семинарского типа, 2 часа мероприятий принятия зачета), 38 часов составляет самостоятельная работа обучающихся.

7. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия.

Для того чтобы формирование данной компетенции было возможно, обучающийся, приступивший к освоению программы, должен

Знать: основные численные методы решения систем уравнений в частных производных.

Уметь: программировать на Python на базовом уровне.

Владеть: вспомогательными инструментами и практиками программирования.

8. Формат обучения.

дистанционная форма обучения, семинарские занятия.

9. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (Перечень тем см. Приложения).

| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля),**  **форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего**  **(часы**) | В том числе | | | | | | | | |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | | | **Самостоятельная работа обучающегося, часы**  из них | | |
| Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Групповые консультации | Индивидуальные консультации | Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации | **Всего** | Выполнение домашних заданий | Подготовка рефератовит.п.. | **Всего** |
| Тема 1. Численное решение задачи Коши. Метод последовательных приближений. Метод Эйлера. Метод Рунге-Кутта. | 8 | 2 | 2 |  |  |  | 4 | 4 |  | 4 |
| Тема 2. Метод конечных разностей для нестационарных задач. Нестационарная задача теплопроводности. Волновое уравнение. Уравнение переноса. Явные и неявные разностные схемы. | 8 | 2 | 2 |  |  |  | 4 | 4 |  | 4 |
| Тема 3. Метод конечных разностей для стационарных задач. Задача теплостатики. Задача конвекции-диффузии. Уравнение Пуассона. | 8 | 2 | 2 |  |  |  | 4 | 4 |  | 4 |
| Тема 4. Основные алгоритмы решения СЛАУ. Метод Гаусса. Метод LU-разложения. Схема Холецкого. Метод прогонки. Метод простых итераций. Распараллеливание алгоритмов решения СЛАУ. | 4 | 2 | 0 |  |  |  | 2 | 2 |  | 2 |
| Тема 5. Введение в метод конечных элементов. Основы метода конечных элементов. Метод взвешенных невязок Галеркина. Функции формы. Формирование матрицы жесткости. | 8 | 2 | 2 |  |  |  | 4 | 4 |  | 6 |
| Тема 6. Решение задачи статической упругости методом конечных элементов. Разновидности элементов. | 8 | 2 | 2 |  |  |  | 4 | 4 |  | 4 |
| Тема 7. Решение динамической задачи распространения упругих волн методом конечных элементов. Матрица масс. | 8 | 2 | 2 |  |  |  | 4 | 4 |  | 4 |
| Тема 8. Технология распараллеливание на видеокарте CUDA. Библиотека numba. Ускорение пройденных ранее методов решения задач механики посредством распараллеливания на CPU и GPU. | 8 | 2 | 2 |  |  |  | 4 | 4 |  | 4 |
| Зачет | 12 |  |  |  |  | 4 | 4 | 8 |  | 8 |
| **Итого** | 72 | 16 | 14 |  |  | 4 | 34 | 38 |  | 38 |

10. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы аспирантов по дисциплине (модулю):

Конспекты лекций, списки задач к лекциям, основная и дополнительная учебная литература.

11. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю).

* Перечень компетенций: *УК-1, УК-3, ОПК-1, ПК-1.*
* Описание шкал оценивания*: экзамен с оценкой по пятибалльной шкале*
* Критерии и процедуры оценивания результатов обучения по дисциплине (модулю), характеризующих этапы формирования компетенций.

| **РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ**  **по дисциплине (модулю)** | **КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ**  **по дисциплине (модулю) и**  **ШКАЛА оценивания** | | | | | **ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ** |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |  |
| *У1 (УК1)*  УМЕТЬ: анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов | Отсутствие умений | Частично освоенное умение анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов | В целом успешно, но не систематически осуществляемые анализ альтернативных вариантов решения исследовательских и практических задач и оценка потенциальных выигрышей/проигрышей реализации этих вариантов | В целом успешно, но содержащие отдельные пробелы анализ альтернативных вариантов решения исследовательских задач и оценка потенциальных выигрышей/проигрышей реализации этих вариантов | Сформированное умение анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов | Анализ реализации программного кода |
| *У2 (УК1)*  УМЕТЬ: при решении исследовательских и практических задач генерировать новые идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений | Отсутствие умений | Частично освоенное умение при решении исследовательских и практических задач генерировать идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений | В целом успешное, но не систематически осуществляемое умение при решении исследовательских и практических задач генерировать идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение при решении исследовательских и практических задач генерировать идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений | Сформированное умение при решении исследовательских и практических задач генерировать идеи, поддающиеся операционализации исходя из наличных ресурсов и ограничений | Анализ реализации программного кода |
| *В1 (УК1)*  ВЛАДЕТЬ: навыками анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях | Отсутствие знаний | Фрагментарное применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач | В целом успешное, но не систематическое применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач | Успешное и систематическое применение навыков анализа методологических проблем, возникающих при решении исследовательских и практических задач, в том числе в | Анализ реализации программного кода |
| З1 (ОПК-1)  ЗНАТЬ: основные понятия, результаты и задачи фундаментальной математики и механики. | Отсутствие знаний | Фрагментарные знания основных понятий, результатов и задач фундаментальной математики и механики. | Неполные знания основных понятий, результатов и задач фундаментальной математики и механики. | Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания основных понятий, результатов и задач фундаментальной математики и механики. | Сформированные и систематические знания основных понятий, результатов и задач фундаментальной математики и механики. | Итоговый экзамен (зачет) |
| В1 (ПК-1)  Владеть средствами языка программирования python и вспомогательными инструментами эффективных математических вычислений и распараллеливания. | Отсутствие навыка | Частичное владение некоторыми средствами языка программирования python и вспомогательными технологиями. | Достаточное для реализации основных алгоритмов, но содержащее существенные пробелы владение средствами языка программирования python и вспомогательными инструментами | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы владение средствами языка программирования python и вспомогательными инструментами эффективных математических вычислений и распараллеливания | Успешное и частично интуитивное владение средствами языка программирования python и вспомогательными инструментами эффективных математических вычислений и распараллеливания. | Анализ реализации программного кода |
| В2 (ПК-1) ВЛАДЕТЬ: методами математического моделирования. | Отсутствие навыка | Частичное владение некоторыми методами математического моделирования. | Владение некоторыми алгоритмами и методами математического моделирования из представленных в программе курса. | Знание части алгоритмов и методов математического моделирования из представленных в программе курса. | Знание всех основных алгоритмов и методов математического моделирования из представленных в программе курса. | Анализ реализации программного кода |
| З1 (ПК-10) Знать основные и специальные разделы численных методов решения уравнений в частных производных, возникающих при решении задач механики сплошной среды. | Отсутствие знаний | Фрагментарные представления о результатах, проблемах, методах научных исследований в области математики и смежных областях | Неполные представления о результатах, проблемах, методах научных исследований в области математики и смежных областях | Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления о результатах, проблемах, методах научных исследований в области математики и смежных областях | Сформированные систематические представления о результатах, проблемах, методах научных исследований в области математики и смежных областях | Анализ реализации программного кода |
| У2 (ПК-10) Уметь выбирать подходящие модели для решения поставленных задач механики сплошной среды и решать поставленные задачи при помощи современных программных средств | Отсутствие навыков | Фрагментарное применение навыков построения и анализа математических моделей, решения задач при помощи современных программных средств | В целом успешное, но не систематическое применение навыков построения и анализа математических моделей, решения задач при помощи современных программных средств | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы применение навыков построения и анализа математических моделей, решения задач при помощи современных программных средств | Успешное и систематическое применение навыков построения и анализа математических моделей, решения задач при помощи современных программных средств | Анализ реализации программного кода |

* Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций. См. Приложения.

12. Ресурсное обеспечение:

Перечень основной учебной литературы: см. Приложение

Перечень дополнительной учебной литературы: см. Приложения

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»: см. Приложения.

Описание материально-технической базы: аудитории для проведения лекционных занятий.

13. Язык преподавания: русский (при необходимости – английский).

ПРИЛОЖЕНИЕ

1. Спецкурс программы специалитета, полугодовой: **Численные методы решения систем уравнений в частных производных на Python.**
2. Преподаватель: Антонов Артем Михайлович.
3. Аннотация курса: в этом спецкурсе мы будем учиться эффективно производить вычисления средствами языка Python и его библиотек на примере задач частных производных: главным образом, различных задач механики сплошной среды в линейной постановке. Мы научимся распараллеливать подобные вычисления и проводить их на GPU, корректно обрабатывать результаты вычисления и познакомимся с основными численными методами, используемыми для решения подобных задач. Спецкурс сфокусирован на практических занятиях по написанию программного кода с минимумом теоретических выкладок.
4. Тематическое содержание курса:

| Тема 1 | Численное решение задачи Коши. Метод последовательных приближений. Метод Эйлера. Метод Рунге-Кутта. |
| --- | --- |
| Тема 2 | Метод конечных разностей для нестационарных задач. Нестационарная задача теплопроводности. Волновое уравнение. Уравнение переноса. Явные и неявные разностные схемы. |
| Тема 3 | Метод конечных разностей для стационарных задач. Задача теплостатики. Задача конвекции-диффузии. Уравнение Пуассона. |
| Тема 4 | Основные алгоритмы решения СЛАУ. Метод Гаусса. Метод LU-разложения. Схема Холецкого. Метод прогонки. Метод простых итераций. Распараллеливание алгоритмов решения СЛАУ. |
| Тема 5 | Введение в метод конечных элементов. Основы метода конечных элементов. Метод взвешенных невязок Галеркина. Функции формы. Формирование матрицы жесткости. |
| Тема 6 | Решение задачи статической упругости методом конечных элементов. Разновидности элементов. |
| Тема 7 | Решение динамической задачи распространения упругих волн методом конечных элементов. Матрица масс. |
| Тема 8 | Технология распараллеливание на видеокарте CUDA. Библиотека numba. Ускорение пройденных ранее методов решения задач механики посредством распараллеливания на CPU и GPU. |

1. Примеры задач для самостоятельного решения.
2. Реализовать статическое решение задачи теплопроводности в двумерном случае на прямоугольной сетке с заданными температурными граничными условиями и свойствами теплопроводящего материала среды методом конечных разностей в данной неявной схеме.
3. Осуществить реализацию предыдущей задачи с эффективным распараллеливанием на GPU
4. Решить данную задачу Коши методом Рунге-Кутта и методом Эйлера, сравнить скорость сходимости.
5. Реализовать моделирование упругих волн, распространяющихся по двумерной среде на прямоугольной сетке с заданными условиями Дирихле на границах и свойствами упругого материала среды методом конечных разностей в явной схеме.
6. Реализовать решение СЛАУ с положительно определенной симметричной матрицей методом Холецкого

Характер практических задач напрямую вытекает из тем спецкурса

Перечень основной и дополнительной учебной литературы:

1. Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. . Численные методы М., Лаборатория Знаний, 2015.
2. Васильев А.Н. Программирование на Python в примерах и задачах. М., Бомбара, 2023.
3. Вабищевич П.Н. Численные методы: вычислительный практикум. М., URSS, 2010.
4. Тихонов Н.А., Токмачев М.Г, Основы математического моделирования М.: Физический факультет МГУ, 2012.
5. Dr. Gabriele Lanaro, Quan Nguyen, Sakis Kasampalis, Advanced Python Programming, O’Reilly, 2019
6. Левин В.А., Вершинин А.В. Численные методы, Параллельные вычисления на ЭВМ, М. Физматлиб, 2015.
7. Зенкевич О., Морган К. Конечные элементы и аппроксимация. М. Мир, 1986.
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»: https://numba.pydata.org/, https://numpy.org/

**Программа утверждена на заседании кафедры вычислительной механики**

**Протокол № \_ от \_ мая 2024 г.**